هندسهٔ موضعی

درآمد

مجموعه ها: ارجاع لکان به *تئوری مجموعه ها* از طریق فرمول هائی صورت می گیرد که او بتدریج در طی مجالس خود در مورد مقولهٔ **غیر بزرگ**[1] و وضعیت متناقض (پارادُکس) آن ارائه می دهد. زیرا غیر بزرگ را می توان به عنوان گنجینهٔ اصلی **اسماء دلالت**[2] عبارت از یک مجموعه دانست. همچنین می بایستی رابطهٔ متناقض (پارادکس) **فاعل نفسانی**[3] را نیز با غیر بزرگ مورد تأکید قرار داده نشان دهیم که چگونه لکان با رجوع به مفاهیمی چون **مجموعهٔ خالی (تهی)** این دو را با هم مرتبط می سازد. بحث در این مسائل ایجاب می کند که چند مفهوم ابتدائی را در مورد تئوری مجموعه ها یادآوری کنیم. بر آن خواهیم شد تا بدون ارائهٔ تعبیر و تفسیری از این مفاهیم تنها به ذکر تعاریف آن ها بپردازیم. لذا در این مختصر به ارائهٔ چند مقوله از تئوری مجموعه ها برای مبتدیان اکتفاء خواهیم کرد.

مجموعه مقوله ای است بدیهی که حاکی از تصوری است که ما از گرد هم آمدن مواد گوناگون داریم (از آن جمله است نقاط تشکیل دهندهٔ یک سطح، اعداد یا توابع مختلف. . .).

مجموعه ای چون E را می توان با توجه به شمارش اعضاء یعنی اجزاء آن معین کرد. همین کار را می توان با توجه به یکی از خواص اعضای آن نیز انجام داد.

اگر X را یکی از اعضای مجموعهٔ E به حساب آوریم چنین نتیجه می گیریم که X به مجموعه ای جون E تعلق دارد $(X\in E)$ در غیر این صورت خواهیم داشت $X\notin E$. در این جا علامت $\in$ نشانهٔ تعلق جزء (عضو) به کل (مجموعه) است.

- دو مجموعهٔ E و F در صورتی باهم ارز یعنی برابرند که دارای اعضای یکسانی باشند. فرمول آن را می توان چنین نوشت: $(E=F)\Leftrightarrow(\chi\in E\leftrightarrow\chi\in F)$
- در مورد دو مجموعهٔ E و F در صورتی F زیرمجموعه ای از E می باشد (یا جزئی از آن است) که از فرمولِ $\chi\in F$ به $\chi\in E$ برسیم. در این صورت خواهیم داشت: $F\subseteq E\Leftrightarrow(\chi\in F\rightarrow\chi\in E)$

توضیحات:

۱-چنانکه نشان خواهیم داد مجموعهٔ خالیِ $(\varnothing)$ جزئی است از کل مجموعهٔ E. فرمول آن بدین قرار است: $\varnothing\subseteq E$

---

[1] L'Autre
[2] signifiants
[3] Sujet

۲- علامت $\subseteq$ نشان دهندهٔ گنجانده شدن یک جزء در کل است (در معنای وسیع کلمهٔ گنجانده شدن). علامت $\Leftrightarrow$ که آن را استلزام معکوس[۱] یا هم ارزی منطقی[۲] می خوانند، بدین صورت خوانده می شود: اگر و تنها اگر. . .

۳- برای بدست آوردن مفروضات مربوط به جملات یا قضایای بسته[۳] می توان از دو علامت دیگر نیز موسوم به سور[۴] (quantificateur) استفاده کرد:

_ علامت $\forall$ را که موسوم به سورِ عام[۵] است می بایستی به این صورت خواند: *«هر اندازه که باشد...»*؛

_علامت $\exists$ را که موسوم به سور خاص (وجودی)[۶] است باید به این صورت خواند: «لااقل یک ...وجود دارد که...».

به این ترتیب است که فرمولِ $\forall\chi\varnothing\chi$ حاکی از یک چنین قضیه ای خواهد بود: هر عضوی (χ) از مجموعهٔ کلیِ E را که در نظر بگیریم محمولِ (χ) $\varnothing$ در آن صادق است. حال آنکه فرمولِ (χ) $\exists\chi\varnothing$ را می بایستی بصورت چنین قضیه ای خواند: لااقل یکی از اعضای مجموعه ای چون E [مثلا (χ) $\varnothing$]شاخصی یعنی محمولی است معتبر (صادق).

الف_ عملیات ابتدائی

۱- تقاطع (اشتراک) دو مجموعهٔ E و F مجموعه ای است از اعضائیکه هم به E تعلق دارند هم به F . این مجموعه را بصورتِ $\cap$F می نویسند. فرمول آن چنین است:

$$E\cap F=\{\chi;\chi\in E \quad \text{و} \quad \chi\in F\}$$

اگر $E\cap F=\varnothing$ باشد میگوییم که E و F از هم جدا[۷] هستند.

۲- اجتماع دو مجموعه

اجتماع[۸] دو مجموعهٔ E و F مجموعه ای $(E\cup F)$ را بوجود می آورد که اعضای آن یا به E تعلق دارند یا به F (در این جا حرف ربطِ «یا» مانعة الجمع نیست).

---

[۱] Implication réciproque
[۲] Equivalence logique
[۳] Enoncés (ou assertions) clos(es)
[۴] «در قضیهٔ موجبهٔ کلیه هر، همه ،*کل* و مانند آن. در موجبهٔ جزئیه *برخی، بعضی* و مانند آن؛ در سالبهٔ کلیه هیچیک *یا هیچ چیز*...»(فرهنگ دهخدا، مؤسسهٔ لغت نامهٔ دهخدا، مؤسسهٔ انتشارات و چاپ دانشگاه تهران ۱۳۸۵).
[۵] Quantificateur universel
[۶] Quantificateur existentiel
[۷] Disjoint
[۸] Réunion

۳- متمم یک مجموعه

فرض کنیم که F زیرمجموعه ای از E است(بعبارت دیگر $F\subseteq E$). در این صورت مکمل F در مجموعهٔ E که آن را بصورتِ $\complement_E^F$ نشان می دهند، مجموع اعضای E را تشکیل داده به مجموعهٔ F تعلق ندارد. فرمول آن بقرار زیر است:

$$\complement_E^F = \{\chi;\in F,\ \chi\notin F\}$$

باید توجه داشت که متمم این متمم برابر است با :

$$(\complement\complement_E^F = F) \Leftrightarrow (non(non\ p) \leftrightarrow p$$

حال موردی را در نظر بگیریم که در آن $F=E$ و $F=\varnothing$ باشد. در این صورت می توان صدق آن را بسادگی مورد بررسی قرار داد:

$$\complement_E^{\varnothing} = E \quad \text{و} \quad \complement_E^F = \varnothing$$

۴- رابطهٔ میان اجتماع، اشتراک و متمم

در مجموعهٔ E هر یک از زیرمجموعه هایِ A، B و C را که در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

الف- $A \cap (A\cup B) = A$ و $A\cup(A\cap B) = A$

دو فرمول فوق را **قانون جذب یا قانون بُول**[1] می نامند؛ زیرا در جوابی که از آنها بدست می آید مجموعهٔ B از بین می رود.

ب- $A \cap \complement_E^A = \varnothing$ و $A \cup \complement_E^A = E$

ترکیب عطفی این دو حکم در واقع همان **اصل امتناع حد اوسط**[2] در علم منطق است که به زبان تئوری مجموعه ها نوشته شده است.

ج- $\complement_E^{(A\cap B)} = \complement_E^A \cup \complement_E^B$

$$\complement_E^{(A\cap B)} = \complement_E^A \cup \complement_E^B$$

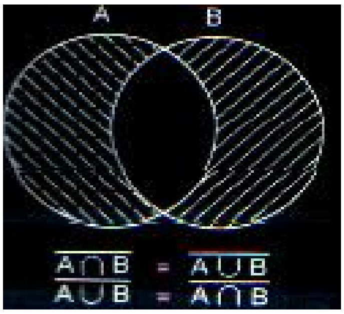


Figure ۱

[1] Georges Boole (۱۸۱۵-۱۸۶۴)

[2] معادل رایج این اصطلاح (principe de tiers exclu) *طرد شق سومین* است که البته اصطلاحی است غلط. زیرا که شق کلمه ای است حاکی از دوگانگی مطلق یعنی یا فلان است یا بهمان. لذا شق سومی نمی تواند وجود داشته باشد.

دو فرمول اخیر قاعده های دُو مُورگان[1] نام دارند و ترجمان دو قضیهٔ منطقی زیر هستند:

Non $(p\wedge q) \leftrightarrow$ (non $p\vee$ non q)
Non $(p\vee q) \leftrightarrow$ (non $p\wedge$ non q)

علامت هایِ $\wedge$ و $\vee$ حاکی از ترکیب عطفی و فصلی قضایای منطقی بوده بترتیب جایگزین حرف ربطِ «و» (عطف) و حرف ربطِ «یا» (فصل) می گردند.

لکان از دو فرمول اخیر در بحث پیرامون *منطق فانتَسم* و *جذب دفعی اضداد*(وِلِ ازخودبیگانگی) استفاده می کند[2].

ب- مجموعهٔ اعضای یک مجموعه

بجای اینکه از مجموعهٔ تمام مجموعه ها صحبت کنیم فرض را بر آن می گیریم که مجموعه ای بنام E دارای زیرمجموعه هائی است که رویهم اعضای مختلف آن را تشکیل می دهند. لذا آن را به این صورت می نویسیم: $\mathcal{P}(E)$ بنحوی که اگر $\chi\in E$ و در صورتی که $X\subseteq E$ باشد نتیجه ای این چنین داشته باشیم:

$$X\subseteq E\Leftrightarrow X\in\mathcal{P}(E)$$

ولی از آن جا که مجموعهٔ خالیِ $\varnothing$ و مجموعه E هر دو اعضایِ E را تشکیل می دهند($\varnothing\subseteq E$ و $E\subseteq E$) لذا نتیجه می گیریم که $\varnothing$ و E عناصر (اعضاء) مختلفِ $\mathcal{P}(E)$ بوده چنین فرمولی را بدست می دهند:

$$\varnothing\in\mathcal{P}(E) \quad \text{و} \quad E\in\mathcal{P}(E)$$

توضیحات:

الف- فرمولِ $\varnothing\in\mathcal{P}(E)$ ایجاب می کند که $\mathcal{P}(E)$هرگز مجموعه ای خالی نباشد. لذا چنین نتیجه می شود که: $\mathcal{P}(E)\neq\varnothing$. این نتیجه حتی در صورتی که E مجموعه ای خالی باشد ($E=\varnothing$) همچنان اعتبار خود را حفظ می کند. در چنین موردی مجموعهٔ خالیِ $\varnothing$ تنها زیرمجموعهٔ E را تشکیل می دهد. لذا چنین خواهیم داشت: $\mathcal{P}(\varnothing)=\varnothing$ زیرا که $\mathcal{P}(\varnothing)=\{\varnothing\}$.

ب- می توانیم همان برهانی را که در مورد E آوردیم در مورد $\mathcal{P}(E)$ نیز بکار گیریم، یعنی کل مجموعهٔ اعضایِ $\mathcal{P}(E)$ را هم در نظر گرفته آن را بصورت$\mathcal{P}P(E)$ و . . . بنویسیم.

ج- می توان نشان داد که اگرE دارای n عنصر باشد در آن صورت مجموعهٔ $\mathcal{P}(E)$ نیز دارای تعداد عناصری برابر با ۲^n خواهد بود.

---

[1] De Morgan

[2] نگاه کنید به: استروکتورالیسم

مجموعه های نامحدود (نامتناهی)، قابل شمارش، نامحدودهای متصل[1]

دو مجموعۀ محدود و نامحدود را در نظر بگیریم. اگر میان اعضای آن تناظرِ یک به یک وجود داشته باشد، می گوئیم که مجموعۀ E و F دارای تعداد عناصر یکسانی هستند یا اینکه قوه و توان یکسانی دارند و یا بعبارتی دیگر با هم همقوه می باشند. فرمول آن را یا بصورت E~F مینویسند یا بصورت Card E=Card F.

لذا به نتیجۀ زیر می رسیم:

مجموعه ای چون E نامحدود است درصورتیکه و فقط در صورتیکه با یکی از اعضای خود همقوه باشد. بدین ترتیب در فرمولی چون $\forall n\in N$شاخصِ$n \to ۲n$ در واقع تناظری یک به یک[2] خواهد بود از N روی قسمتِ P بنحوی که (P) از مجموعۀ اعداد زوج تشکیل شده و موجب دو عمل همزمان یعنی P⊂N و P~N گردد.

اگر مجموعه ای چون E دارای قوه یا توانی مساوی با مجموعۀ(...۰،۱،۲)=N یعنی اعداد طبیعی باشد در آنصورت میگوئیم که مجموعۀ E قابل شمارش است. اگر E دارای توان یکسانی با مجموعۀ [۰،۱] یعنی اعداد واقعی میان ۰ و ۱ باشد، در آنصورت می گوئیم که E نامحدودی است متصل.

مفهوم اعداد اصلی را به مجموعه های نامحدود تعمیم می دهند. در این صورت از اعداد اصلیِ مجموعه های نامحدود[3] صحبت می کنند. عدد اصلی مجموعه های قابل شمارش را با الف عبری و صفر $\aleph_0$ (که آن را «الف صفر» میخوانند) نشان می دهند و عدد اصلی مجموعه های نامحدودِ متصل را با الف عبری و یک $\aleph_1$ مشخص می کنند. لذا فرمولی اینچنین بدست می آید:

$\text{Crard } N=\aleph_0$ (عدد اصلی برابر است با الف صفر). این فرمول با استفاده از دو عمل اصلیِ حساب یعنی جمع و ضرب به صورت زیر در می آید:

$$\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0$$
$$\aleph_0\times\aleph_0=\aleph_0^2=\aleph_0$$

بهمین ترتیب با نشان دادن اعداد اصلی مجموعه های نا محدودِ متصل از طریق شاخصی چون $\aleph_1$ نشان می دهند که تعداد اعضای مجموعۀ $\mathcal{P}$ (N) دارای عددی است اصلی که همان $\aleph_1$(قوه یا توان متصل) باشد (در واقع $\aleph_1 > \aleph_0$). همچنین اگر عدد اصلیِ $\mathcal{P}([۰،۱])$ را با $\aleph_2$ نشان دهیم در آنصورت خواهیم داشت : $\aleph_0<\aleph_1<\aleph_2 \ldots$

---

[1] متصل (continu) و نه پیوسته، زیرا در منطق از *قضایای متصل* صحبت می شود(هرگاه که . . .).

[2] Bijection

[3] Transfini

گروه ها

۱-قوانین ترکیب[1]

یکی از قوانین ترکیب داخلی برای تعریف مجموعه ای چون E عبارت از عملیاتی است که طی آن ها هر زوجی از آن را (مثلا y و x) که واجد عناصری متمایز یا غیر متمایز باشد به یکی از اعضای خود مجموعه (E) مطابقت داده آن را جزء مرکبهٔ x و y می نامند. این عمل را بصورت * نشان می دهند. فرمول آن چنین است : $x*y\in E$.

۲-گروه

گروه – که مفهوم آن را مدیون ریاضی دان فرانسوی اِواریست گَلواَ[2] هستیم- عبارت از مجموعه ای است مانند G یعنی مجموعه ای غیر خالی که شامل قانون ترکیب داخلی (*) بوده حالتی متسلسل داشته باشد بنحوی که هریک از اعضایِ x آن دارای قرینهٔ x^{-1} باشد.

بعبارتی دیگر ساختمان هر گروه تابع چهار اصل موضوعهٔ زیر می باشد:

الف- اصل موضوعهٔ قانون ترکیب، یعنی: $(\forall x)\ (\forall y)\ (\forall z)\ (\exists x*y): x*y\in G$

ب- اصل موضوعهٔ تسلسل اجزاء، یعنی: $(\forall x)\ (\forall y)\ (\forall z):\ (x*y)*z = x*(y*z)$

ج-اصل موضوعهٔ عضو خنثی: $(\exists e\in G)\ (\forall x\in G):\ e*x = x*e=x$

د-اصل موضوعهٔ عضو قرینه: $(\forall x\in G)(\exists x^{-1}\in G): x*x^{-1}=x^{-1}*x=e$

اگر قانون توزیع درونی یعنی ترکیب داخلی (*) انتقالی (تعویض پذیر)[3] باشد گروه را اَبلی[4] میگویند که از نام ریاضی دانی نروژی (نیلز اَبل[5] ۱۸۲۹-۱۸۰۲) گرفته شده است.

۳-نمونه هائی از گروه ها

ما از تمام این گروه ها فقط به ذکر گروه معروف به کلَین[6] اکتفاء می کنیم. لکان در مجلسی بنام *منطق فانتَسم*[7] و همچنین در مجلسی دیگر تحت عنوان *عمل روانکاو*[8] از این گروه برای ارائهٔ مفاهیم خود سود می جوید.

---

[1] Composition
[2] Evariste Galois
[3] Commutatif
[4] Abélien
[5] NieAbel
[6] Klein
[7] *La logique du fantasme,* Séminaire inédit ۱۹۶۶-۱۹۶۷
[8] *L'acte psychanalytique,* Séminaire inédit ۱۹۶۷-۱۹۶۸

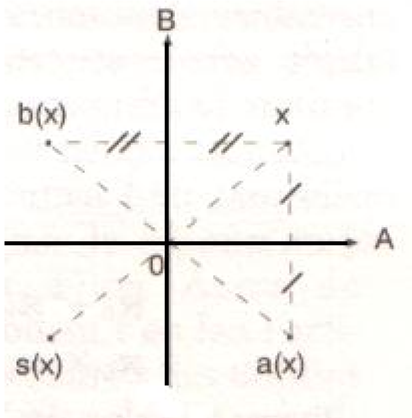
یکی از سطوح (آفین) اقلیدسی را در نظر بگیریم که در آن دو ضلعِ A و B بریکدیگر عمود بوده در نقطهٔ O با هم تقاطع پیدا کنند. اگر اجزاء مشابه آن را به ترتیب b، a، s و I بنامیم خواهیم داشت:

I : انطباق مطلق

s : قرینه با نقطهٔ O

a : قرینه با ضلع A

b : قرینه با ضلع B



مجموعهٔ (I,s,a,b) رویهمرفته حجم های مشترکی بوده گروهی را تشکیل می دهند که گروه کلَین خوانده می شود. جدول این گروه را چنین می توان نوشت:

	I	s	a	b
I	I	s	a	b
s	s	I	b	a
a	a	b	I	s
b	b	a	s	I

مفاهیمی چند از هندسهٔ موضعی

برای لکان *سلسلهٔ زنجیری اسماء دلالت*[1] ایجاب می کند که برش های وارد در سطوح آن شامل خودِ ساختمانِ *اسم دلالت*[2] نیز بشود. لذا اگر انقطاع و افتراق شامل خود ساختمان اسم دلالت نیز می گردد، در آنصورت ثبت و ضبط این گونه عملیات لزوما نوعی هندسهٔ موضعی (توپولوژی) بوجود خواهد آورد که در آن فضای رمزی[3] سهمی اساسی داشته مسألهٔ اصلی را تشکیل خواهد داد بنحوی که لازم خواهد بود ببینیم چه فضای رمزی (یعنی چه *ساحت رمز و اشارتی*) در آن دخالت دارد. لذا این سؤال پیش می آید که مقوله ای چون *کسترَسیون* (محرومیت از ذَکَر)[4] چه نوع تقسیماتی را در زمینهٔ *ساحت رمز و اشارت*[5] ایجاد کرده (البته به فرض اینکه فضائی یکدست باشد) و یا اینکه چگونه می توان گفت که این تقسیمات اساساّ با یکدیگر نامتقارن هستند؟ دلیل این امر این است که کسترسیون به منظور دسترسی به *تمتع ذَکَری*[6] موجب پیدایش فضائی بسته می گردد(که محدودهٔ آن را ذَکَر تشکیل می دهد) در حالی که برای *تمتعِ غیر ذَکَری*[7] فضائی باز فراهم می آورد. هم ازاینروست که تقسیم انسان (که موجودی است ناطق که ماهیت او در زبان تکلم یعنی در ساحت رمزواشارت است) به زن و مرد (به مَن و غیر) حاصلی جز این ندارد که رابطهٔ جنسی را میان آندو امری امکان ناپذیر بدانیم[8]. چرا که بموجب این تقسیم، ساحت رمز و اشارت هرگز نمی تواند بصورت *کلی جامع* درآید. بعبارتی دیگر انسان موجودی برزخی و منقسم است و هرگز زن و مرد *مکمل* یکدیگر نبوده همچنان در برزخ خود باقی می مانند. لذا *جماع* جنسی بمعنای واقعی آن که حاکی از جمع یعنی مکمل بودن هر یک برای دیگری است امری خیالی و تصوری باطل بوده اعتقاد بدان غفلت از ماهیت ناقص و برزخی انسان می باشد.

مفاهیم فوق و همچنین تعداد دیگری که در آثار لکان یافت می شوند نیاز به تعاریف روشن و واضحی دارند که برای درک متون او لازم هستند.

فضای مِتریک

فضای مِتریک به مجموعه ای(E) گفته می شود که دارای تابعِ d باشد. این تابع نشان دهندهٔ *فاصلهٔ* میان اجزاء مجموعه است، بدین معنی که کاربردی است از $E \times E$ در نیمه خطِ {$x \geq O$}

[1] Chaîne signifiante (رشتهٔ پیوستهٔ کلمات زبان)
[2] Signifiant
[3] Symbolique
[4] Castration
[5] Le symbolique
[6] Jouissance phallique
[7] Jouissance Autre
[8] اشاره است به قول معروف لکان : «جماع وجود ندارد Il n'y a pas de rapport sexuel ».

و $\{x \,; x\in R$ = Ɍ که عددِ $d(x,y)\geq O$ را با زوجی چون x,y (که در $E\times E$ وجود دارد) مطابقت می دهد. فاصلهٔ حاصل از این عملیات می بایستی دارای سه خصوصیت زیر باشد:

اولاً قرینهٔ : $d(x,y)=d(y,x)$

ثانیاً رابطهٔ مثبتی چون $d(x,y)>O$ در صورتیکه $x\neq y$ بوده و $d(x,x)=O$ باشد؛

ثالثاً اَنتگرالی مثلثی چون $d(x,z)\leq d(x,y) + d(y,z)$

الف– فضاهای کروی و مدور

اکر مرکزِ x_0 را طوری در نظر بگیریم که دارای شعاعِ ٠<(محدود) R باشد در آنصورت کل عناصرِ x در مجموعهٔ E یعنی در واقع فاصلهٔ Ɍ $d(x_0 , x)$ فضائی بوجود خواهد آورد که *کروی* خوانده می شود.

ب–اجزاء باز

مجموعه ای چون E را تصور کنیم که فضائی مِتریک باشد. قسمتی از E یعنی جزئی از آن به نام A در صورتی باز خواهد بود که هر دفعه که حاوی نقطه ای از E باشد لااقل دارای یک فضای مدورِ بازِ B (از شعاعِ r>o) بوده مرکز آن را همین نقطه تشکیل دهد. بعبارت دیگر A در صورتی باز خواهد بود که فرمولی اینچنین داشته باشیم: $(\forall x\in A)(\exists r>o)$ ȯB $(x, r)\subset A$.

قسمت های بازِ E دارای خواص زیر خواهند بود:

- خودِ مجموعهٔ E و قسمت خالیِ $\varnothing$ باز خواهند بود؛
- هر سطحی که از تقاطع دو سطح دیگر بوجود آمده باشد[۱] و به عددی محدود از مجموعه هائی باز تعلق داشته باشد خود فی نفسه سطحی است باز؛
- تجمع یک گروه محدود یا نامحدود از مجموعه های باز فضائی باز را تشکیل می دهد.

ج–اجزاء بسته

هر جزئی از مجموعهٔ E که دارای مکملی باز باشد قسمت بستهٔ آن خوانده می شود.

---

[۱] Intersection

د-مجاورت

نقطهٔ a در صورتی مجاورِ مجموعهٔ E است که هر قسمتی از این مجموعه دارای لااقل قسمتی باز باشد، قسمتی که خود حاوی نقطهٔ a بوده باشد.

آنچه در مجاورت نقطهٔ a قرار داشته باشد حاوی خصوصیات زیر خواهد بود:

- هر قسمتی که دارای یک نقطهٔ مجاور با a باشد خود مجاوری است از a؛
- هر سطحی که از تقاطع دو سطح دیگر پدیدآمده باشد[1] و به عددی محدود از عناصر مجاورِ a تعلق داشته باشد خود مجاوری است از a؛
- اصل موضوعهٔ انفراق موسوم به هاوسدُرف[2] (ریاضی دان آلمانی ۱۹۴۲-۱۸۶۷) :

در مجموعهٔ E فاصلهٔ a و b هر اندازه که باشد مجاورتی در آن نسبت به a و b وجود خواهد داشت، حال آنکه اگر a و b را بتنهائی در نظر بگیریم در حالت انفصال[3] با یکدیگر قرار خواهند داشت.

قضیه: برای اینکه قسمت A از مجموعهٔ E باز باشد می بایستی(و کافی است) که با هر یک از نقاط تشکیل دهندهٔ خود مجاورت داشته باشد.

هـ- فضای داخلی

اگر A قسمتی از فضای متریکِ E باشد تجمع تمام فضاهای باز را که در A موجود است فضای داخلیِ A می خوانند.

و- فضای خارجی

فضای داخلیِ مکملِ A را فضای خارجیِ A می خوانند.

ز-فضای مرزی

مجموع نقاطِ E را که نه به فضای داخلی تعلق دارد نه به فضای خارجی فضای مرزیِ A می خوانند. در نتیجه برای اینکه نقطه ای چون a به فضای مرزیِ A تعلق بگیرد می بایستی (و کافی است) که تمام عناصر مجاورِ a هم حاوی نقاطِ A باشند هم شامل مکمل آن.

---

[1] Intersection
[2] Axiome de séparation de Hausdorff
[3] Disjonction

ح-الصاق [1]

فضای داخلی تمام قسمت های بستهٔ مجموعهٔ E را که حاویِ A هستند فضای الصاقیِ A می خوانند و آن را بصورتِ $\bar{A}$ نشان می دهند.

در نتیجه:

-فضای الصاقیِ A تجمع فضای داخلی و مرزی آن است؛

برای اینکه یک قسمت از A در مجموعهٔ E باز بماند (یعنی در قسمتِ بستهٔ آن بماند) می بایستی (و کافی است) که با فضای داخلی خود یکسان باشد (یعنی کاملاّ با فضای الصاقی خود یکسان باشد).

ت-مجموعهٔ فشرده

در صورتی در یک فضای متریک مانند مجموعهٔ E قسمتِ A را فضای فشرده در E می خوانند که تمام نقاطِ E به آن الصاق شده باشد، بدین معنی که الصاق آن چیزی جز خود مجموعهٔ E نباشد.

تداوم [2] و تشابه صوری [3]

یک-در نظر بگیریم که f حاصلی از کاربرد فضای متریکِ E در فضای متریک F باشد. در اینصورت f تداومی از E در نقطهٔ a خواهد بود البته در صورتی که $\varepsilon>o$ به هر اندازه که باشد موجب پیدایشِ $n>o$ شود بنحوی که $d(a,x)$ بدنبال خود $d(f(a),f(x))\leq\varepsilon$ بیاورد. کاربرد E در F در صورتی متداوم خوانده می شود که هر نقطه ای از a در مجموعهٔ E تداوم پیدا کند.

دو- در صورتی فضایِ E نسبت به فضایِ F تشابه صوری دارد که کلِ انعکاس دوجانبهٔ [4] E رویِ F حالتی متداوم داشته باشد؛ همین امر می بایستی در مورد انعکاس دوجانبهٔ متقابل [5] آنها نیز صادق باشد.

- باید توجه داشت که خواص متریک که بطور واضح به سیستم متریک ارجاع دارند (مثل فاصلهٔ میان دو نقطه) از خواص موضعی [6]- که البته به سیستم متریک وابسته نیستند- کاملاّ متمایز می باشند. خواص موضعی فقط وابسته به فضاهای باز(یا بسته) هستند بطوری که هندسهٔ موضعی را می توان بدون توجه به هرگونه سیستم متریک مورد توجه قرار داد. در این جاست که روانکاوی گنجینه ای راستین برای بیان مفاهیم خود خواهد یافت.

---

[1] Adhérence
[2] Continuité
[3] Homéomorphisme
[4] Bijection
[5] Bijection réciproque
[6] Topologique

- وقتی که دو فضای موضعی از لحاظ صوری با هم تشابه دارند تمام خواص آن ها با هم برابر خواهد بود. در این صورت هر یک از آن ها را می توان بتنهائی نمایندهٔ نوع خاصی از ریاضیات دانست.

لذا هنگامی که مجموعه ای چون E واجد ساخت های ریاضی متعددی (جبر، سیستم متریک) از جمله هندسهٔ موضعی است در صورتی از خواص موضعی آن می توان صحبت کرد که شامل تمام خصوصیات موضعی دیگری هم که با آن تشابه دارند باشد. خصوصیتی را موضعی[۱] می خوانند که بر اساس فضاهای باز و منشعبات آن (مجاورت، فشردگی. . .) استوار باشد.

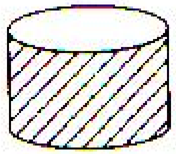
حال به ذکر چند مثال از تشابه صوریِ فضاهای موضعی می پردازیم تا خوانندگان بتوانند بطور شهودی به درک اصول هندسهٔ موضعی نائل گردند.

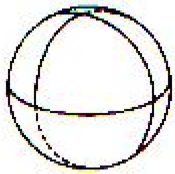
الف- در شکل زیر هر سطری دارای شکل هائی است که از نظر صوری با هم متشابهند.

ب-سطح جانبی مقطع یک مخروط با سطح دو دایرهٔ متحدالمرکز تشابه صوری دارد.

ج-در خطی مستقیم با توان سوم ($\mathbb{R}^3$) می توان بطور شهودی مشاهده کرد که چگونه دو سطحِ A و B دو مجموعهٔ متشابه را تشکیل می دهند. بهمین ترتیب است که اگر سطحِ A را تحریف کرده بصورت برگ کائوچوی قابل ارتجاعی درآوریم (بدون اینکه پارگی یا درزی در آن پدیدآید) در آنصورت سطح دیگری از آن بدست می آوریم که همان سطحِ B خواهد بود. بهمین ترتیب می توان گفت که کره حجمی است که با مکعب تشابه صوری دارد درحالیکه در رابطه با چنبر[۲] فاقد چنین حالتی است. استوانه و نوار مُواِبیوس[۳] نیز هر یک به گروه های موضعی (توپولوژیک) خاصی تعلق دارند.

---
[۱] Topologique
[۲] Tore
[۳] Bande de Möbius





فضای در هم فشرده[۱]

الف- اگر در مجموعهٔ E فضائی موضعی را در نظر بگیریم که قسمت های مختلف آن بنحوی قرار گرفته باشند که هر نقطه ای از E لااقل متعلق به یکی از آنها باشد، چنین حالتی را **پوشش**[۲] می خوانند. پوششی از E را در صورتی فضائی باز می خوانند که قسمت هائی که به این پوشش تعلق دارند فضاهای بازی از مجموعهٔ E باشند.

ب- خاصیت بُورِل-لِبِــزگ[۳]

فضای موضعیِ E را در صورتی در هم فشرده می خوانند که در سطح پوششیِ بازِ آن لااقل امکان یک زیرپوششِ محدود وجود داشته باشد (مثال: اگرحد فاصلِ بسته ای چون a و b به یک خط واقعی(ℝ) تعلق داشته باشد فضائی در هم فشرده را تشکیل می دهد). مسأله در اینجا برای روانکاوی این است که بدانیم تا چه حد مفهوم فضای در هم فشرده به ما اجازه می دهد که عدم تطابق موجود میان **فاعل نفسانی**[۴] و **غیر بزرگ**[۵] را بنحوی صحیح تر دریابیم: یعنی آن ها را **مکمل**[۶] یکدیگر ندانسته بلکه همان طور که لکان می گوید **متمم**[۷] یکدیگر بدانیم.

فضاهای متصل[۸]

فضای موضعیِ E درصورتی متصل است که هیچگونه تقسیم بندی در دو قسمت باز آن امکان پذیر نباشد. همین طور است اگر قسمت های دیگر آن همزمان با مجموعهٔE و مجموعهٔ خالیِ∅ باز یا بسته باشند (مثلاً مجموعهٔ حاصل از خطوط گنگ (Q) فضائی متصل نمی باشد).

- فضایِ E را در صورتی کامل می خوانند که تمام فضایِ متوالیِ *کُوشیِ*[۹] آن متقارب باشد.

[۱] Compact
[۲] Recouvrement
[۳] Borel-Lebesgue
[۴] Sujet
[۵] l’Autre
[۶] Complémentaire
[۷] Supplémentaire
[۸] Connexe
[۹] Cauchy

قضیۀ نقطۀ ثابت

بگیریم که E فضائی متریک باشد و f کاربردی از F در E. میگوئیم که F یک فضای ادغامی[1] است در صورتیکه شاخص نامتغیر و مثبتی چون $k<1$ در آن وجود داشته باشد بنحوی که برای زوجِ x و y واجد عناصری از E باشیم که فرمول انتگرال آن بصورت زیر در آید:

$$d(f(x), f(y)) \leq k.d(x,y)$$

نتیجه آنکه f یکشکل و یکنواخت بوده حالتی متداوم خواهد داشت. در این صورت می گوئیم که a نقطۀ ثابتی است برای تابعِ f البته در صورتی که $f(a)=a$ باشد.

نتیجۀ آن چنین قضیه ای خواهد بود: هرگونه ادغامی از یک فضای متریکِ کامل از E در مجموعۀ E یک نقطۀ ثابت و فقط ثابت را امکان پذیر می سازد.

E.Doumit, *Topologie,* In *L'apport freudien, éléments pour une encyclopédie de la psychanalyse,* sous la direction de Pierre Kaufmann, Bordas, Paris, ۱۹۹۳

[1] Contraction